

Vereenvoudigde procedure voor het vaststellen van karakteristieke vermoeiingsrelaties voor gebruik in de standaard ontwerpprogramma's

Jan Telman (TNO), Arthur van Dommelen (DVS), versie juni 2011

1 Inleiding

Bij de bepaling van de vermoeiingslijn voor een gegeven mengselrecept kunnen de volgende bronnen van onzekerheid een rol spelen:

- systematische verschillen in de kwaliteit van de proefstukbereiding tussen laboratoria (reproduceerbaarheid van de bereiding),
- systematische verschillen in de meetkwaliteit (inclusief dataverwerking) tussen verschillende laboratoria (reproduceerbaarheid van de meting),
- toevallige variaties in de kwaliteit van de bereiding per laboratorium (herhaalbaarheid van de bereiding).
- toevallige variaties in de meetkwaliteit (inclusief dataverwerking) per laboratorium (herhaalbaarheid van de meting).
- de natuurlijke spreidingen tussen proefbalkjes, de toevallige proeffouten en het beperkt aantal proefbalkjes per laboratoriumonderzoek (in standaard vermoeiingsonderzoek 18 balkjes).

Een vermoeiingslijn bepaald voor een gegeven mengselrecept heeft dus enige mate van onbetrouwbaarheid: als hetzelfde laboratorium het onderzoek nog eens doet op hetzelfde recept, of als een ander laboratorium hetzelfde recept onderzoekt, kan er een ander resultaat uit komen. Voorliggende procedure beschrijft hoe deze onzekerheden via een vereenvoudigde benadering kunnen worden verdisconteerd in een 85% betrouwbare vermoeiingslijn¹ voor het mengselrecept. Deze vereenvoudigde benadering is afgeleid van een meer volledige statistische benadering die eveneens beschikbaar is. Verder beschrijft voorliggende procedure hoe deze karakteristieke vermoeiingslijn kan worden omgewerkt naar een karakteristieke vermoeiingsrelatie voor het ontwerp.

In deze benadering wordt gebruik gemaakt van informatie verkregen uit twee referentiemengsels, die beide door 4 laboratoria zijn onderzocht. Uit dit onderzoek zijn de volgende uitgangspunten voor bovengenoemde afwijkingen afgeleid:

- tussen-lab spreiding: de systematische verschillen in bereiding en meting tussen laboratoria worden gekarakteriseerd door de standaardafwijking $s_{TL} = 0.297$ in $\ln(N_f)$, met 3 vrijheidsgraden, waarbij N_f de vermoeiingssterkte is
- binnen-lab spreiding: de toevallige verschillen in bereiding en meting tussen onderzoeken binnen hetzelfde lab worden gekarakteriseerd door de standaardafwijking $s_{BL} = 0.198$ in $\ln(N_f)$, met 3 vrijheidsgraden, waarbij N_f de vermoeiingssterkte is
- binnen-mengsel spreiding: de natuurlijke spreiding tussen de proefbalken en de toevallige meetfout worden gekarakteriseerd door de standaardafwijking $\sigma_{BM} = 0.705$ in $\ln(N_f)$, met 135 vrijheidsgraden.

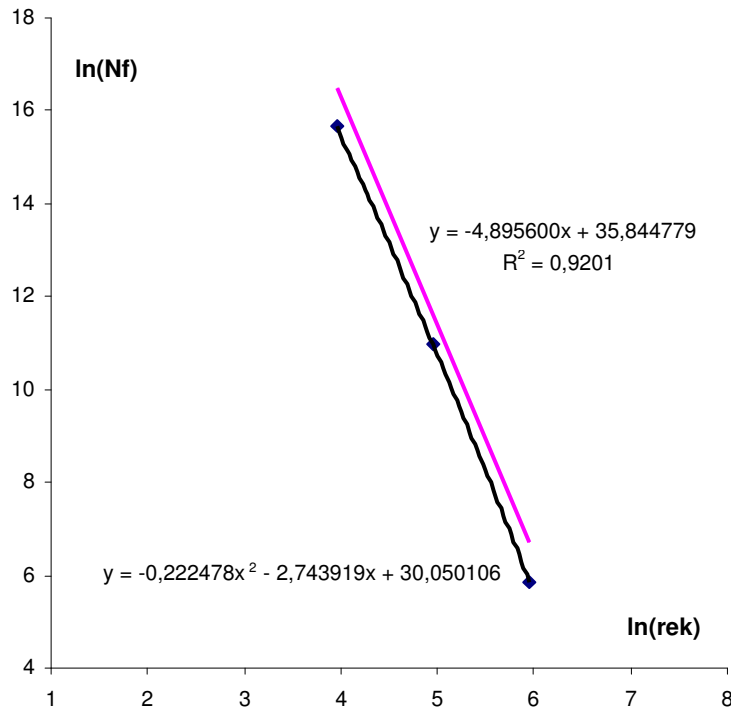
¹ De vermoeiingslijn is de lijn die wordt gevonden door regressie op de 18 meetpunten die normaliter beschikbaar zijn. Deze notitie richt zich dus niet op een 85% zekere voorspelling voor de vermoeiingslevensduur van individuele balkjes.

Bovengenoemde variatiebronnen worden als spreidingen en onzekerheden verdiscon-
teerd in de afleiding van de karakteristieke vermoeiingslijn.

Opgemerkt wordt dat voorliggende procedure geen rekening houdt met mogelijke
variates in mengseleigenschappen door verschillen tussen laboratoriumbereiding van
proefstukken en productie en verwerking van asfalt op praktijkschaal. Deze variates
speelden wel mee in de voormalige wijze van vermoeiingsonderzoek (monsters
genomen uit platen uit de weg) maar worden niet zichtbaar in de huidige methodiek
op basis van laboratoriumbereide proefstukken.

2 Vereenvoudigde procedure

1. Fit in het geval van een enkel onderzoek, een lineair model $\ln(N_f) = p \cdot \ln(\text{rek}) + A_0$
door de meetdata voor $\ln(N_f)$ en $\ln(\text{rek})$. Bepaal hierbij A_0 en p met tenminste
6 decimalen
Fit in het geval van meerdere onderzoeken op hetzelfde mengselrecept, een lineair
model $\ln(N_f) = A_{0i} + p \cdot \ln(\text{rek})$, met voor elk vermoeiingsonderzoek i dezelfde
helling p maar per vermoeiingsonderzoek i een ander intercept A_{0i} , door de meet-
data voor $\ln(N_f)$ en $\ln(\text{rek})$ en bepaal A_0 als het gemiddelde van de intercepten A_{0i} .
2. Bepaal de correlatiecoëfficiënt R^2 van deze relatie met tenminste 4 decimalen.
3. Bepaal de waarde van $\ln(N_f(\bar{x} - 1))$ bij een waarde voor $\ln(\text{rek})$ gelijk aan $\bar{x} - 1$
waarin \bar{x} de gemiddelde waarde is van de meetdata voor $\ln(\text{rek})$
4. Verminder deze waarde $\ln(N_f(\bar{x} - 1))$ met de correctie uit tabel 2.1 om de
karakteristieke vermoeiingssterkte $\ln(N_{fkar}(\bar{x} - 1))$ te bepalen
5. Bepaal de waarde van $\ln(N_f(\bar{x}))$ bij de gemiddelde waarde \bar{x} van de meetdata
voor $\ln(\text{rek})$
6. Verminder deze waarde $\ln(N_f(\bar{x}))$ met de reductie uit tabel 2.2 om de
karakteristieke vermoeiingssterkte $\ln(N_{fkar}(\bar{x}))$ te bepalen
7. Bepaal de waarde van $\ln(N_f(\bar{x} + 1))$ bij een waarde voor $\ln(\text{rek})$ gelijk aan $\bar{x} + 1$
waarin \bar{x} de gemiddelde waarde is van de meetdata voor $\ln(\text{rek})$
8. Verminder deze waarde $\ln(N_f(\bar{x} + 1))$ met de reductie uit tabel 2.1 om de
karakteristieke vermoeiingssterkte $\ln(N_{fkar}(\bar{x} + 1))$ te bepalen
9. Fit (b.v. met optie "Trendlijn toevoegen" in EXCEL) het tweedegraadspolynoom
 $\ln(N_{fkar}) = a \ln^2(\text{rek}) + b \ln(\text{rek}) + c$ door de in stap 4, 6 en 8 verkregen waarden
voor de karakteristieke vermoeiingssterkte $\ln(N_{fkar}(\bar{x} - 1))$, $\ln(N_{fkar}(\bar{x}))$ en
 $\ln(N_{fkar}(\bar{x} + 1))$ (zie voorbeeld figuur 1). Stel daarbij het aantal decimalen van de
coëfficiënten in op 6.



Figuur 1 Voorbeeld van een gemiddelde vermoeiingslijn
 $\ln(N_f) = -4,8958600 \cdot \ln(\text{rek}) + 35,844779$ met karakteristieke vermoeiingslijn
 $\ln(N_{fkar}) = -0,222478 \cdot \ln^2(\text{rek}) - 2,743919 \cdot \ln(\text{rek}) + 30,050106$

De coëfficiënten van het tweedegraads polynoom kunnen voor gebruik in spreadsheets ook worden berekend uit:

$$a = \frac{1}{2} \cdot y_1 - y_2 + \frac{1}{2} \cdot y_3$$

$$b = -\frac{1}{2} \cdot y_1 \cdot (x_2 + x_3) + y_2 \cdot (x_3 + x_1) - \frac{1}{2} \cdot y_3 \cdot (x_1 + x_2)$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot y_3 + \frac{1}{2} \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot y_1 - x_3 \cdot x_1 \cdot y_2$$

waarin:

$$x_1 = \bar{x} - 1$$

$$x_2 = \bar{x}$$

$$x_3 = \bar{x} + 1$$

$$y_1 = \ln(N_{fkar}(\bar{x} - 1))$$

$$y_2 = \ln(N_{fkar}(\bar{x}))$$

$$y_3 = \ln(N_{fkar}(\bar{x} + 1))$$

\bar{x} = gemiddelde van de meetdata voor ln(rek)

Indien deze benadering wordt gekozen, wordt wel geadviseerd om deze te controleren aan de hand van de door de spreadsheet geproduceerde uitdrukking voor de tweedegraads trendlijn.

3 Omwerken naar invoer voor standaard ontwerp-programma's

De voor het ontwerp te gebruiken stijfheidsafhankelijke karakteristieke vermoeiingsrelaties (zie b.v. figuur 2, waarin deze lijnen tevens zijn vergeleken met de gemiddelde vermoeiingslijnen en de F78 - vermoeiingslijn) hebben de volgende vorm:

$$\ln(N_{fkar}) = C_1 + C_5 \cdot (\ln(rek) + C_2 \cdot \ln^2(S) + C_3 \cdot \ln(S) + C_4)^2$$

waarin

$$C_1 = - (b^2 - 4 \cdot a \cdot c) / (4 \cdot a)$$

$$C_2 = - 0,064449$$

$$C_3 = 1,404363$$

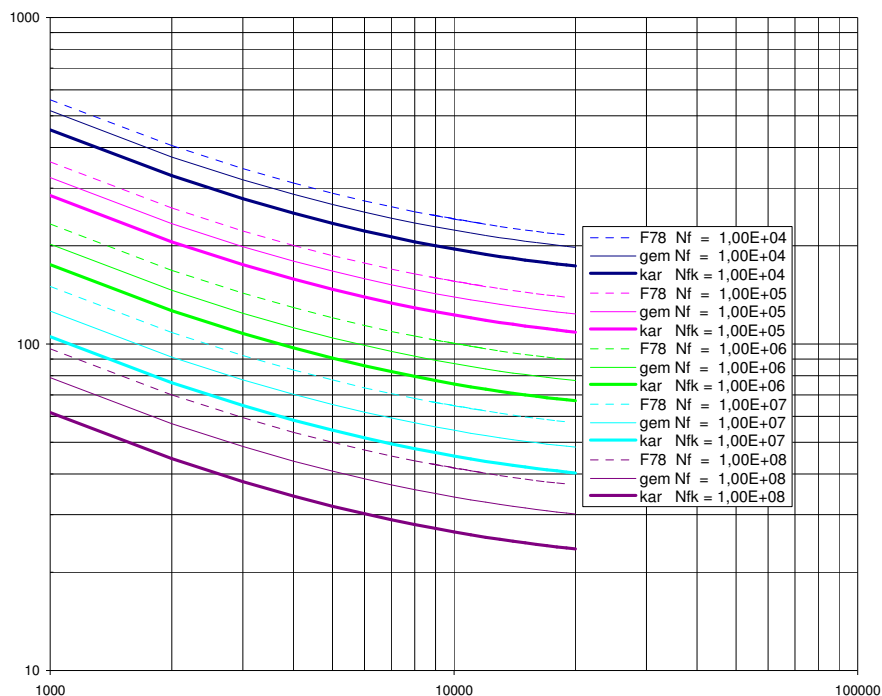
$$C_4 = b / (2 \cdot a) - C_2 \cdot \ln^2(S_{20^\circ C, 30Hz}) - C_3 \cdot \ln(S_{20^\circ C, 30Hz})$$

$$C_5 = a$$

De coëfficiënten a, b en c zijn bepaald bij het fitten van de karakteristieke vermoeiingslijn met het tweedegraadspolynoom $\ln(N_f)_{kar} = a \ln^2(rek) + b \ln(rek) + c$. De coëfficiënten C_2 en C_3 die de stijfheidsafhankelijkheid beschrijven kunnen uit een CE type tests niet meer worden bepaald. Hiervoor zijn derhalve standaard waarden afgeleid² uit de klassieke F78 - karakteristiek.

Indien alleen een stijfheidmodulus bij 20°C en 8 Hz beschikbaar is wordt deze benaderenderwijze omgewerkt naar de stijfheidmodulus bij 20°C en 30 Hz door vermenigvuldiging met een standaard factor 1,2393. In dit geval wordt C_4 dus bepaald volgens

$$C_4 = b / (2 \cdot a) - C_2 \cdot \ln^2(1,2393 \cdot S_{20^\circ C, 8Hz}) - C_3 \cdot \ln(1,2393 \cdot S_{20^\circ C, 8Hz})$$



Figuur 2 Voorbeeld van gemiddelde en karakteristieke vermoeiingslijnen

² De aangegeven waarden voor C_2 en C_3 zijn gelijk aan de constanten C_2 (0,33796) en C_3 (-7,3642) uit de oorspronkelijke F78 - karakteristiek gedeeld door de constante C_5 (-5,2438) uit de oorspronkelijke karakteristiek

4 Karakteristieke relaties voor standaard materialen

In onderstaande tabel zijn voor de standaard materialen uit de RAW 2010 de eigenschappen weergegeven. Uit de aangegeven S_{min} en ϵ_6 zijn tevens de coëfficiënten C_1 t/m C_5 voor de karakteristieke vermoeiingslijnen berekend en aangegeven. Hierbij zijn de volgende uitgangspunten aangehouden:

- rekken verdeeld over drie rekniveau's zodat het hoogste rekniveau een levensduur van 10^4 lastherhalingen geeft, het laagste rekniveau een levensduur van $1,2 * 10^6$ lastherhalingen en het middelste rekniveau daar op ln - schaal midden tussen ligt.
- een standaard helling van de vermoeiingslijn van -4,8956
- een R^2 tussen 0,90 en 0,95
- een mengsel wordt slechts een maal aan een vermoeiingsonderzoek onderworpen

Zoals te zien verschilt bij deze aannamen alleen de vermoeiingscoëfficiënt C_4 van de karakteristieke vermoeiingsrelatie voor de acht te onderscheiden combinaties van ϵ_6 en S_{min} .

Tabel 1 Coëfficiënten karakteristieke ontwerprelaties per categorie mengseleigenschappen in RAW Standard Bepalingen 2010

	TL-B	TL-C	TL-IB	OL-B	TLZ-IB	TLZ-B	TLZ-C	TDL-B	TDL-C	TDL-IB
V _{min}	3	3	3	2	3	3	3	2	2	2
V _{max}	10	10	10	7	7	7	7	7	7	7
ITSR	60	70	70	70	80	80	80	80	80	80
ε ₆	70	80	80	80	80	80	80	90	90	90
S _{min}	5500	5500	5500	5500	5500	5500	5500	5500	5500	5500
S _{max}	11000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000
f _{cmax}	0,4	0,4	0,2	0,8	0,2	0,4	0,4	0,4	0,4	0,2
C ₁ kar. vermoeiingsrelatie	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630
C ₂ kar. vermoeiingsrelatie	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445
C ₃ kar. vermoeiingsrelatie	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248
C ₄ kar. vermoeiingsrelatie	-0,561841970	-0,695373363	-0,695373363	-0,695373363	-0,695373363	-0,695373363	-0,695373363	-0,813156398	-0,813156398	-0,813156398
C ₅ kar. vermoeiingsrelatie	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734
C ₁ kar. stijfheidsrelatie	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,419845151
C ₂ kar. stijfheidsrelatie	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189
C ₃ kar. stijfheidsrelatie	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345
C ₄ kar. stijfheidsrelatie	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	OL-C	OL-IB	OL-A	DL-C	DL-IB	TL-A	DL-B	DL-A
V _{min}	2	2	7	2	2	2	2	2
V _{max}	7	7	7	6	6	7	6	4
ITSR	70	70	70	80	80	70	80	80
ε ₆	90	90	100	100	100	100	115	130
S _{min}	7000	7000	4500	5500	5500	5500	4500	3600
S _{max}	14000	14000	11000	11000	11000	11000	9000	7000
f _{cmax}	0,4	0,2	1,4	0,6	0,2	0,4	1,4	4
C ₁ kar. vermoeiingsrelatie	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630	39,176619630
C ₂ kar. vermoeiingsrelatie	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445	-0,064449445
C ₃ kar. vermoeiingsrelatie	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248	1,404363248
C ₄ kar. vermoeiingsrelatie	-0,873693749	-0,873693749	-0,862429574	-0,918516914	-0,918516914	-0,918516914	-1,002191516	-1,056330273
C ₅ kar. vermoeiingsrelatie	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734	-0,212610734
C ₁ kar. stijfheidsrelatie	9,661007208	9,661007208	9,219174456	9,419845151	9,419845151	9,419845151	9,219174456	8,996030904
C ₂ kar. stijfheidsrelatie	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189	-0,018400189
C ₃ kar. stijfheidsrelatie	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345	-0,001098345
C ₄ kar. stijfheidsrelatie	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabel 2.1 Reductie $\ln(N_f(\bar{x} - 1))$ en $\ln(N_f(\bar{x} + 1))$ afhankelijk van aantal herhalingen k van het vermoeingsonderzoek, spreiding s_x in opgelegde waarden voor $\ln(\text{rek})$ en correlatiecoëfficiënt R^2 van de relatie tussen $\ln(\text{rek})$ en $\ln(N_f)$

k	s_x	<0,55	0,55-0,60	0,60-0,65	0,65-0,70	0,70-0,75	0,75-0,80	0,80-0,85	0,85-0,90	0,90-0,95	>0,95
1	< 0,15	1,941718	1,779265	1,627710	1,484403	1,347582	1,215071	1,083639	0,950687	0,812597	0,663317
	0,15-0,20	1,923467	1,763477	1,615891	1,475601	1,342227	1,211456	1,081184	0,950274	0,813184	0,663841
	0,20-0,25	1,913779	1,754947	1,607984	1,470020	1,337873	1,208447	1,080813	0,950021	0,813901	0,664531
	0,25-0,30	1,915090	1,754602	1,606864	1,468535	1,336497	1,207992	1,080661	0,951271	0,814694	0,665382
	0,30-0,35	1,925903	1,762427	1,612311	1,472291	1,339099	1,210005	1,082306	0,952694	0,816691	0,666383
	0,35-0,40	1,944778	1,777407	1,624065	1,481208	1,345764	1,215159	1,086205	0,955938	0,819130	0,667526
	0,40-0,45	1,970084	1,798509	1,641279	1,494944	1,356514	1,223244	1,092212	0,960282	0,821744	0,668800
	0,45-0,50	2,000681	1,824609	1,663208	1,512953	1,370919	1,234392	1,100565	0,966036	0,825811	0,670191
	0,50-0,55	2,035614	1,854953	1,689143	1,534719	1,388657	1,248372	1,111084	0,973343	0,830123	0,671949
	0,55-0,60	2,074245	1,888862	1,718555	1,559726	1,409434	1,264990	1,123681	0,982203	0,835721	0,674213
	0,60-0,65	2,116076	1,925875	1,750915	1,587586	1,432837	1,283987	1,138289	0,992565	0,841896	0,676626
	0,65-0,70	2,160805	1,965606	1,785907	1,617908	1,458576	1,305118	1,154789	1,004363	0,849034	0,679175
	0,70-0,75	2,208093	2,007793	1,823210	1,650479	1,486415	1,328186	1,172975	1,017520	0,857088	0,681847
> 0,75	2,257695	2,052193	1,862590	1,685013	1,516108	1,352986	1,192716	1,031956	0,865929	0,684871	
2	< 0,15	1,717334	1,576430	1,445907	1,322686	1,204857	1,090649	0,978271	0,865755	0,751072	0,629371
	0,15-0,20	1,699937	1,562120	1,435095	1,314422	1,199495	1,088103	0,977595	0,866119	0,751163	0,629631
	0,20-0,25	1,687696	1,552175	1,426641	1,308161	1,195474	1,085063	0,976402	0,866531	0,752184	0,629970
	0,25-0,30	1,683480	1,547817	1,422596	1,305129	1,193029	1,083842	0,976000	0,866833	0,753387	0,630383
	0,30-0,35	1,687427	1,549929	1,423703	1,305517	1,193258	1,084403	0,976630	0,867794	0,754722	0,631107
	0,35-0,40	1,698619	1,558401	1,429962	1,310186	1,196618	1,086984	0,979023	0,869939	0,756133	0,632174
	0,40-0,45	1,715851	1,572368	1,441030	1,318775	1,203213	1,091947	0,982821	0,872736	0,758160	0,633370
	0,45-0,50	1,738177	1,591040	1,456366	1,331179	1,212944	1,099475	0,988337	0,876660	0,761103	0,634688
	0,50-0,55	1,764803	1,613749	1,475454	1,346885	1,225554	1,109244	0,995598	0,881925	0,764151	0,636116
	0,55-0,60	1,795065	1,639947	1,497812	1,365605	1,240861	1,121266	1,004600	0,888244	0,768173	0,637644
	0,60-0,65	1,828478	1,669160	1,523023	1,387000	1,258544	1,135396	1,015365	0,895738	0,772641	0,639260
	0,65-0,70	1,864666	1,701011	1,550753	1,410739	1,278404	1,151453	1,027645	0,904405	0,777923	0,640952
	0,70-0,75	1,903313	1,735200	1,580705	1,436589	1,300217	1,169261	1,041447	0,914201	0,783660	0,642800
> 0,75	1,944175	1,771492	1,612644	1,464312	1,323779	1,188663	1,056640	0,925066	0,790355	0,645295	
3	< 0,15	1,635877	1,502974	1,379431	1,263113	1,152188	1,045133	0,940948	0,836720	0,730251	0,618291
	0,15-0,20	1,618015	1,489305	1,368801	1,256003	1,148328	1,043370	0,939700	0,835877	0,730376	0,618560
	0,20-0,25	1,605908	1,478531	1,360750	1,250051	1,143741	1,040749	0,939230	0,836375	0,730487	0,618913
	0,25-0,30	1,600200	1,473375	1,356259	1,246230	1,140964	1,039454	0,938251	0,837100	0,731416	0,619344
	0,30-0,35	1,602118	1,473883	1,356124	1,245804	1,140842	1,039326	0,939182	0,837705	0,732875	0,619847
	0,35-0,40	1,610825	1,480265	1,360674	1,249080	1,143440	1,041257	0,940661	0,839433	0,734452	0,620414
	0,40-0,45	1,625335	1,491881	1,369750	1,256090	1,148642	1,045383	0,943748	0,841887	0,736092	0,621037
	0,45-0,50	1,644848	1,508013	1,382876	1,266627	1,156879	1,051622	0,948509	0,845350	0,738271	0,622270
	0,50-0,55	1,668562	1,528101	1,399604	1,280294	1,167772	1,060028	0,954746	0,849590	0,741385	0,623650
	0,55-0,60	1,695884	1,551594	1,419526	1,296852	1,181224	1,070501	0,962666	0,855186	0,744578	0,625133
	0,60-0,65	1,726313	1,578049	1,442233	1,315981	1,196925	1,082974	0,972093	0,861783	0,748658	0,626708
	0,65-0,70	1,759467	1,607104	1,467394	1,337399	1,214729	1,097279	0,982942	0,869404	0,753170	0,628364
	0,70-0,75	1,795038	1,638454	1,494734	1,360877	1,234422	1,113245	0,995232	0,878055	0,758393	0,630090
> 0,75	1,832776	1,671861	1,524024	1,386180	1,255814	1,130736	1,008834	0,887699	0,764049	0,631872	

4	< 0,15	1,593373	1,464308	1,344512	1,231886	1,124889	1,022500	0,921960	0,821640	0,719511	0,612649
	0,15-0,20	1,576167	1,450963	1,334406	1,225856	1,121487	1,019982	0,919962	0,821023	0,719711	0,612920
	0,20-0,25	1,563429	1,440627	1,326392	1,219727	1,116623	1,017978	0,919824	0,820716	0,719927	0,613276
	0,25-0,30	1,557289	1,434811	1,321821	1,215842	1,114478	1,016206	0,919295	0,821629	0,720117	0,613712
	0,30-0,35	1,558126	1,434678	1,321014	1,214947	1,113922	1,015848	0,919611	0,822485	0,721581	0,614223
	0,35-0,40	1,565493	1,439998	1,324908	1,217685	1,115796	1,017668	0,920970	0,823553	0,723225	0,614801
	0,40-0,45	1,578687	1,450389	1,332995	1,223863	1,120670	1,021229	0,923984	0,826183	0,724955	0,615439
	0,45-0,50	1,596749	1,465251	1,345012	1,233375	1,128073	1,027003	0,928226	0,829051	0,726713	0,616127
	0,50-0,55	1,618987	1,483990	1,360586	1,246041	1,138112	1,034750	0,933958	0,833285	0,729579	0,617274
	0,55-0,60	1,644785	1,506096	1,379251	1,261491	1,150573	1,044491	0,941188	0,838381	0,732807	0,618727
	0,60-0,65	1,673676	1,531137	1,400661	1,279470	1,165293	1,056109	0,949862	0,844417	0,736228	0,620273
	0,65-0,70	1,705263	1,558747	1,424503	1,299696	1,182043	1,069496	0,960082	0,851490	0,740706	0,621903
	> 0,75	1,775362	1,620543	1,478412	1,346002	1,220906	1,101036	0,984341	0,868658	0,750877	0,625369
5	< 0,15	1,567076	1,440415	1,322961	1,212637	1,108769	1,008555	0,910286	0,812394	0,712952	0,609227
	0,15-0,20	1,550264	1,427265	1,313775	1,207232	1,104937	1,005588	0,908341	0,811906	0,713193	0,609498
	0,20-0,25	1,537187	1,417197	1,305753	1,201000	1,100587	1,003938	0,907890	0,811117	0,713468	0,609855
	0,25-0,30	1,530848	1,411021	1,300568	1,197082	1,098246	1,001882	0,907618	0,812135	0,713736	0,610294
	0,30-0,35	1,531090	1,410581	1,299774	1,196144	1,097509	1,001889	0,907567	0,813130	0,714676	0,610807
	0,35-0,40	1,537858	1,415320	1,303056	1,198361	1,099135	1,003418	0,909155	0,813980	0,716353	0,611390
	0,40-0,45	1,550182	1,425052	1,310587	1,204086	1,103483	1,006715	0,911817	0,816529	0,718130	0,612035
	0,45-0,50	1,567375	1,439142	1,321943	1,213126	1,110416	1,011935	0,915752	0,819211	0,719952	0,612732
	0,50-0,55	1,588713	1,457067	1,336757	1,225135	1,119952	1,019356	0,921187	0,823331	0,722346	0,613472
	0,55-0,60	1,613588	1,478330	1,354671	1,239933	1,131903	1,028573	0,928110	0,828064	0,725589	0,614830
	0,60-0,65	1,641531	1,502507	1,375301	1,257202	1,145987	1,039694	0,936435	0,833766	0,728886	0,616356
	0,65-0,70	1,672162	1,529230	1,398334	1,276709	1,162104	1,052560	0,946128	0,840602	0,733066	0,617967
	0,70-0,75	1,705166	1,558214	1,423503	1,298208	1,180050	1,067023	0,957188	0,848358	0,737599	0,619652
> 0,75	1,740293	1,589212	1,450577	1,321502	1,199635	1,082944	0,969483	0,857019	0,742808	0,621402	

Tabel 2.2 Reductie $\ln(N_f(\bar{x}))$ afhankelijk van aantal herhalingen k van het vermoedingsonderzoek, spreiding s_x in opgelegde waarden voor $\ln(\text{rek})$ en correlatiecoëfficiënt R^2 van de relatie tussen $\ln(\text{rek})$ en $\ln(N_f)$

k	s_x	<0,55	0,55-0,60	0,60-0,65	0,65-0,70	0,70-0,75	0,75-0,80	0,80-0,85	0,85-0,90	0,90-0,95	>0,95
1	< 0,15	0,608163	0,603160	0,598809	0,594993	0,591864	0,589430	0,587230	0,585231	0,583409	0,581742
	0,15-0,20	0,636426	0,625667	0,617013	0,609349	0,603292	0,597822	0,592839	0,589143	0,585699	0,582486
	0,20-0,25	0,674480	0,656818	0,641918	0,629407	0,618719	0,609246	0,601554	0,594384	0,588660	0,583469
	0,25-0,30	0,721540	0,695645	0,673593	0,654731	0,638447	0,624288	0,612121	0,601683	0,592216	0,584682
	0,30-0,35	0,775920	0,741151	0,711132	0,685142	0,662435	0,642546	0,625182	0,610088	0,597151	0,586116
	0,35-0,40	0,836227	0,792192	0,753795	0,720078	0,690303	0,664056	0,640794	0,620530	0,602870	0,587760
	0,40-0,45	0,901167	0,847775	0,800721	0,758967	0,721725	0,688438	0,658686	0,632439	0,609133	0,589599
	0,45-0,50	0,969762	0,906969	0,851189	0,801218	0,756207	0,715544	0,678838	0,645915	0,616845	0,591619
	0,50-0,55	1,041202	0,969086	0,904556	0,846315	0,793359	0,745067	0,701009	0,660962	0,625068	0,594037
	0,55-0,60	1,114893	1,033528	0,960321	0,893781	0,832845	0,776749	0,725026	0,677507	0,634548	0,596973
	0,60-0,65	1,190362	1,099854	1,018019	0,943240	0,874290	0,810318	0,750755	0,695450	0,644715	0,600106
	0,65-0,70	1,267294	1,167701	1,077332	0,994339	0,917408	0,845527	0,778042	0,714687	0,655833	0,603423
	0,70-0,75	1,345382	1,236809	1,137966	1,046853	0,961966	0,882175	0,806686	0,735119	0,667840	0,606906
> 0,75	1,424408	1,306957	1,199702	1,100533	1,007739	0,920065	0,836548	0,756649	0,680613	0,610755	
2	< 0,15	0,583409	0,579738	0,576779	0,574165	0,571842	0,569766	0,567900	0,566245	0,565220	0,564272
	0,15-0,20	0,604271	0,596289	0,590004	0,584378	0,579828	0,576105	0,572678	0,569522	0,566609	0,564696
	0,20-0,25	0,632694	0,619462	0,608401	0,598957	0,591251	0,584302	0,578649	0,573747	0,569111	0,565253
	0,25-0,30	0,668394	0,648679	0,632008	0,617860	0,605797	0,595309	0,586416	0,578737	0,572144	0,565937
	0,30-0,35	0,710464	0,683471	0,660477	0,640643	0,623614	0,608845	0,595958	0,584922	0,575645	0,566960
	0,35-0,40	0,757843	0,723185	0,693289	0,667285	0,644599	0,624793	0,607565	0,592574	0,579542	0,568349
	0,40-0,45	0,809503	0,766982	0,729885	0,697269	0,668534	0,643147	0,620877	0,601255	0,584219	0,569910
	0,45-0,50	0,864628	0,814146	0,769695	0,730275	0,695142	0,663839	0,635960	0,611216	0,589881	0,571633
	0,50-0,55	0,922549	0,864083	0,812218	0,765822	0,724104	0,686533	0,652723	0,622540	0,595875	0,573509
	0,55-0,60	0,982710	0,916306	0,857013	0,803588	0,755172	0,711114	0,671074	0,634968	0,602852	0,575523
	0,60-0,65	1,044687	0,970404	0,903708	0,843250	0,788041	0,737399	0,690951	0,648532	0,610373	0,577664
	0,65-0,70	1,108149	1,026046	0,951999	0,884511	0,822501	0,765195	0,712127	0,663187	0,618706	0,579917
	0,70-0,75	1,172823	1,082968	1,001626	0,927150	0,858340	0,794325	0,734553	0,678862	0,627547	0,582352
> 0,75	1,238503	1,140965	1,052379	0,970959	0,895369	0,824633	0,758097	0,695482	0,637281	0,585412	
3	< 0,15	0,575624	0,572434	0,569647	0,567195	0,565024	0,563166	0,561999	0,560929	0,559947	0,559042
	0,15-0,20	0,593524	0,586890	0,581004	0,576354	0,572519	0,569013	0,565805	0,563014	0,561180	0,559447
	0,20-0,25	0,618803	0,607021	0,597290	0,589209	0,582170	0,576297	0,571407	0,566804	0,562759	0,559979
	0,25-0,30	0,650519	0,632977	0,618209	0,605669	0,594862	0,585969	0,577885	0,571489	0,565306	0,560634
	0,30-0,35	0,688253	0,664032	0,643500	0,625855	0,610691	0,597704	0,586578	0,576764	0,568582	0,561404
	0,35-0,40	0,731022	0,699711	0,672830	0,649529	0,629393	0,611788	0,596510	0,583407	0,572249	0,562281
	0,40-0,45	0,777918	0,739304	0,705757	0,676397	0,650648	0,628116	0,608215	0,591079	0,576235	0,563255
	0,45-0,50	0,828217	0,782147	0,741759	0,706108	0,674488	0,646480	0,621627	0,599916	0,580889	0,564829
	0,50-0,55	0,881265	0,827718	0,780386	0,738253	0,700537	0,666778	0,636522	0,609692	0,586501	0,566581
	0,55-0,60	0,936556	0,875541	0,821250	0,772545	0,728606	0,688839	0,652954	0,620769	0,592375	0,568468
	0,60-0,65	0,993670	0,925231	0,863988	0,808682	0,758403	0,712535	0,670737	0,632847	0,599129	0,570479
	0,65-0,70	1,052280	0,976474	0,908309	0,846401	0,789755	0,737685	0,689753	0,645902	0,606383	0,572602
	0,70-0,75	1,112126	1,029010	0,953968	0,885488	0,822460	0,764119	0,709967	0,659903	0,614343	0,574824
> 0,75	1,173000	1,082635	1,000766	0,925741	0,856343	0,791698	0,731251	0,674792	0,622767	0,577132	

4	< 0,15	0,571806	0,568717	0,566026	0,563663	0,561697	0,560443	0,559301	0,558257	0,557300	0,556422
	0,15-0,20	0,588495	0,582083	0,576599	0,572515	0,568799	0,565414	0,562324	0,560294	0,558502	0,556814
	0,20-0,25	0,611882	0,600982	0,591720	0,584323	0,577534	0,572459	0,567724	0,563285	0,560044	0,557332
	0,25-0,30	0,641656	0,625137	0,611310	0,599677	0,589688	0,581196	0,574001	0,567804	0,561877	0,557969
	0,30-0,35	0,677117	0,654327	0,634928	0,618490	0,604358	0,592066	0,581783	0,572912	0,564999	0,558720
	0,35-0,40	0,717457	0,687912	0,662552	0,640714	0,621694	0,605315	0,591069	0,578725	0,568538	0,559576
	0,40-0,45	0,761912	0,725309	0,693586	0,665953	0,641774	0,620512	0,602134	0,586130	0,572399	0,560530
	0,45-0,50	0,809700	0,765924	0,727623	0,693915	0,664140	0,637787	0,614600	0,594134	0,576510	0,561571
	0,50-0,55	0,860228	0,809225	0,764258	0,724319	0,688694	0,656869	0,628545	0,603486	0,581708	0,563071
	0,55-0,60	0,912985	0,854765	0,803077	0,756809	0,715183	0,677665	0,643894	0,613775	0,587383	0,564889
	0,60-0,65	0,967575	0,902171	0,843758	0,791125	0,743410	0,700016	0,660547	0,625013	0,593376	0,566828
	0,65-0,70	1,023668	0,951130	0,886020	0,827008	0,773152	0,723783	0,678519	0,637233	0,600367	0,568880
	0,70-0,75	1,081007	1,001391	0,929621	0,864249	0,804230	0,748809	0,697573	0,650394	0,607591	0,571031
> 0,75	1,139384	1,052745	0,974362	0,902658	0,836475	0,774995	0,717676	0,664431	0,615698	0,573270	
5	< 0,15	0,569488	0,566463	0,563832	0,561526	0,560036	0,558799	0,557673	0,556647	0,555708	0,554846
	0,15-0,20	0,585433	0,579161	0,574191	0,570182	0,566544	0,563235	0,560529	0,558652	0,556887	0,555231
	0,20-0,25	0,607669	0,597305	0,588593	0,581350	0,575074	0,570128	0,565492	0,561158	0,558405	0,555738
	0,25-0,30	0,636273	0,620368	0,607111	0,596029	0,586601	0,578293	0,571640	0,565571	0,560214	0,556364
	0,30-0,35	0,670361	0,648447	0,629903	0,614122	0,600605	0,588931	0,578867	0,570572	0,562830	0,557102
	0,35-0,40	0,709305	0,680774	0,656378	0,635355	0,617211	0,601542	0,587954	0,576006	0,566288	0,557945
	0,40-0,45	0,752230	0,716865	0,686275	0,659622	0,636388	0,616097	0,598431	0,583118	0,570068	0,558885
	0,45-0,50	0,798485	0,756113	0,719113	0,686595	0,657871	0,632540	0,610323	0,590738	0,574104	0,559912
	0,50-0,55	0,847466	0,798026	0,754496	0,715902	0,681517	0,650924	0,623692	0,599752	0,578794	0,561016
	0,55-0,60	0,898674	0,842168	0,792069	0,747302	0,707095	0,670894	0,638456	0,609517	0,584344	0,562722
	0,60-0,65	0,951711	0,888173	0,831495	0,780496	0,734335	0,692437	0,654493	0,620246	0,590096	0,564617
	0,65-0,70	1,006260	0,935729	0,872493	0,815259	0,763097	0,715382	0,671725	0,632029	0,596703	0,566623
	0,70-0,75	1,062060	0,984591	0,914831	0,851367	0,793188	0,739578	0,690109	0,644674	0,603720	0,568728
> 0,75	1,118906	1,034552	0,958310	0,888646	0,824435	0,764886	0,709514	0,658144	0,611395	0,570923	